

北大日刊

The University Daily

號八三三二第
張大一版出日今

地址 北中景山東街北京大學第二院

報費 每份銅元二枚每月自取一角五分
(派送一角七分外省三角)(郵費在內)
廣告費 用五號字七日以內每字八厘一月以內五厘長期面訂五十字起碼封固加倍

(日要日本)

- ▲本校公告
- ▲北大校務委員會執行委員會
- ▲關於校務之啟事
- ▲講演錄(續)

△日刊室啟事

本刊在寒假期內，照例停刊，(自一月二十七日起至二月十六日止)二月十七日起，照常出版，凡訂閱未滿期者，俟出版後，當按日遞補。

逕啟者本校現定於一月二十五日上午九時至十二時下午一時至四時發大月份薪金屆時務希

駕臨會計課領取為荷順頌

公綏

本校於本月二十七日起放寒假在假期內每星期二四六日辦公(上午九時至十二時下午一時至四時)並此附聞

北京大學啟 十九年一月二十一日

逕啟者本校現定於一月二十五日上午九時至十二時下午一時至四時發本月

薪金所有三院教職員薪金以二三兩院

距離較遠往返不便由三院主任室秘書

仇先生代發屆時務希

駕臨三院秘書室領取為荷順頌

公綏

本校於本月二十七日起放寒假在假期

內每星期二四六日辦公(上午九時至

十二時下午一時至四時)並此附聞

北京大學啟 十九年一月二十日

△教務處啟事

軍夏省立第一中學託聘理化教員一人每月薪金一百二十元按月發給不折扣全年照十二個月計算每週授課二十小時左右本校物理化學兩系畢業同學中如有願就者請到本處接洽為荷此啟

一月二十三日

△國立北京大學布告

本校定於本月二十七日起至二月十六日止放寒假二十一天十七日起照常上課此布

十九年一月二十日

△教務處布告

本校下學期註冊期限本預科一律定於三月十五日截止過期即認為休學無論以任何理由決不通融特此布告

十九年一月二十日

△體育部布告

茲擬利用寒假期中做成田徑欄六十架做成跳高及撐高跳架各一對以便寒假後從事於是項運動之練習此布

十九年一月二十一日

公告



△物理學會公開講演

講者：李書華教授
題目：光學理論之變遷
時間：本星期五(本月二十四日)下午一時半
地點：二院北樓樓上第二教室
歡迎同學聽講

文書股啟一月二十二日

△北大江西學友會通告

本會定於本月二十五日(星期六)下午二時在第一院第一教室開臨時大會討論津貼事宜務希本省同學屆時出席

一月二十三日

△物理年刊徵文啟事

物理系教員先生均鑒前次職員會議決本會出年刊一冊定寒假後出版現寒假已至請各先生在此期內務多多賜稿以充篇幅為禱(稿交西齋鍾盛標或張明承)

物理學會出版啟
十九年一月二十四日

▲黃淑謨啓事

二十一日刊學生會審計委員會通告戊戌項質問鄙人條，其甚鄙人跳舞事，曾於紀念會前二週經遊藝組委員王德芬君承認刪名辭退，化裝費鄙人並未簽名領取，當係他人冒名假造，名譽攸關，特此聲明。

▲北大廣東同鄉會啓事(三)

本會年刊原定二月一日齊稿今因期限將屆寒假在運假期二十一日正是執筆屬稿時本會爲謀年刊內容充實特展期至三月一日止使諸同得於假期中從容撰作仍望速賜鴻篇早刊刊成爲荷假期中續收稿稿件仍由北大三齋轉本會

一月二十三日

▲北大學學生會民衆夜校總務股包乾元啓事

頃接友人自南方來函邀我在寒假期內同作莫干山之遊，此事正中下懷也；然一心不能掛兩頭，故已回校校方面請假一月，在未消假期內，一切門子總務股事宜均由副主任白傑君負完全責任；至于本股一切由元經手之收支賬目及餘款亦于同日點交白君接受矣。

一月二十一日

▲三十一週紀念會游藝股新劇組啓事

二十一日本刊所載審計委員會通告之(一)丙：「新劇組既有化裝技師，且以五十元爲總化裝費，爲何又開支化裝費三十餘元？」按化裝技師之聘請，係于桂君經手，化裝者爲英文劇，法文劇，德文劇，及女同學之中文劇之演員。化裝費本是依劇而遞增，我們直接籌備的二劇，不在其列，故另支費購用，第一次僅用十二元，後因男女演員分開化裝，只得添購一份，去洋十二元四角六分，用剩的業已交過籌備會。至所問三十餘元，與我們所經手的二十四元四角六分相差數元，其所差之數，想係他劇所用，他劇賬單，皆直接交給遊藝股的，怎麼用的，我們就不知道，特此聲明答復

黃光弼同啟 一月二十三日
徐伯訂

▲北大演說辯論會通告

一月二十日

逕啟者茲因寒假在運會員多已，里本會每週平時練習暫停一俟下期開學後再積極進行此佈

▲劉生濬緊要啓事

本校一月二十一日刊，載有劉生濬啓事一則，閱悉之下，不勝駭異！竊生濬對于該項啓事，事絕不知情，顯係被人捏造。生濬與小友社久已絕關係，該社一切收入支出，經手有人生始終未負絲毫責任。除向日刊誤認追究該項啓事來源嚴厲置外，特此鄭重聲明。

一月二十二日

▲顏秀三啓事

昨閱本刊刊登自立啓事，內有顏某一人，又係四子小友社問題，當然是鄙人，鄙人謹當署名負責聲明。任君前次之啓事，云張君回南以前，已共同商妥，既商妥矣，便宜起早，且月餘來本社尚未接有張君來信說明也。又云劉君在數月以前，即以此相商，現在本人既未離平，理應互相計議，徵其同意。惟器與名，不可假人！苟無害于秀三，秀三讓諸君吹噓滿池春水，無干儂事。茲據任君所不得不再三聲明者，爲小友社基金。此題似涉及顏某，無繁看視之嫌，呵呀，這真有點急煞我也！謹客陳之：緣小友社創辦，經費全由我個人負擔，據李君中吳清算，出版至第九期，已用費二百餘金，出夏子，邵，劉，張諸君共同加入，從新改組，均以獨力不能維持久遠

于具有募集基金之舉，叩問呼籲，誰願意爲？以致停刊數月，仍一假名，秀三實不忍見其如此，失信兒童，又與劉君生濬同各相讓與友力，衆援助，繼續出版，隨刊隨付，實無所謂基金。任君所云捐助集款已數百，不知何所指，請再詳爲聲明。現每冊印兩千，平均所費約二十餘圓，由郵分寄各教育局轉達各小學，分銷處只有一院和東齊號房每期的收四枚，所銷不過三三十分，此外並無絲毫收入。承各師友熱心援助，本擬在寒假內整齊完竣，專印一報告書，或登之本報日刊，(因多有誦本校師友，專登日刊，恐本人不知)以鳴盛意。秀三上課，編稿，分發，事多心多，以至延遲至今，此誠深所抱歉者也！秀三才識淺薄，不自量，而負此重任，始終認爲教育上所應盡之事業，今雖稍具基礎，而經費困難，行將暫閉，各處兒童之來函詢問出版者，恐不久又將堆滿我之書案矣。有願以本社作爲兒童教育之試驗者，秀三仍願極力從旁贊助，俾才歷週歲之本社，不至夭折，秀三當以香燭祝九願首以待之。敬希區區，代冀公鑒。

一月二十二日

▲賀仰蓮啓事

本人第一號校章遺失除向補發外特此聲明作廢

總 題 錄

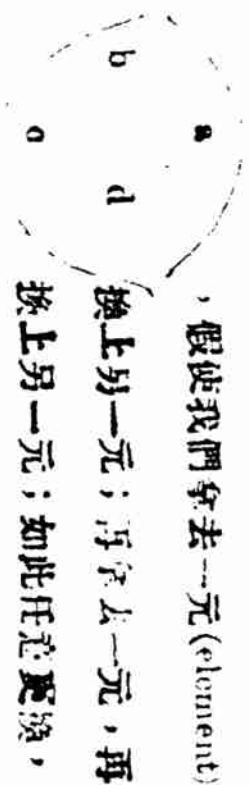
零不可為除數

馮道超先生在中
國數理學會講演
經王源筆記
孫丕顯

前幾天和張少涵先生談起，初等數學書中，關於零不可為除數的問題，所謂是略，中小學教員往往不甚深切了解，所以兄弟今天選擇這一個淺近的題目，加以討論，也許不無一得。

(一)數 (number) 之來源

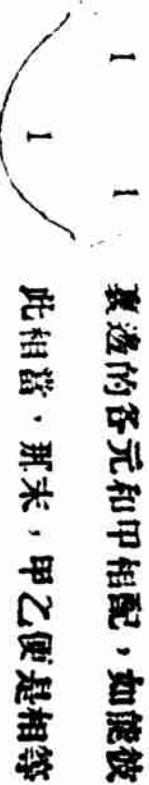
人們最初有數的觀念，是因為眼睛裏看見了東西，世界上一切的東西，單一的很少，差不多都是成羣的，譬如一株樹，牠是由許多樹枝集合而成的，我們的手五指而成一羣，也是一個很好的例証，



如甲為一羣東西，牠有一種不變性，假使我們拿走一元 (element)

換上另一元；再拿走一元，再換上另一元；如此任意更換，牠的不變性依舊存在；這種不變的性質就叫做數，

又如乙也是一羣東西，這一羣裏邊的各元和甲相配，如能彼此相當，那末，甲乙便是相等



，倘若甲中各元和乙相配而有餘，我們就說甲大於乙，

這樣一羣一羣的東西，我們用下面的符號來表明牠：

I, II, III, IIII,
但是這種符號，寫時又覺得太麻煩；所以又改用

1, 2, 3, 4,

來替代牠們，因此我們得到了一種「正整數系」，或者叫做「自然數系」 (Natural number system)

(2) 自然數之各種運算

a) 加法：合兩數為一數，或者合三個四個等數為一數，叫做加法，

b) 乘法：乘法是加法的一種簡便方法例如

$$3 + 3 + 3 + 3$$

我們寫成 3×4 這就是說把四個同樣的3加在一起，

加法和乘法合稱為「順運算」 (direct operation)

在自然數系中，順運算有兩種性質：一

(i) 可能 (possible)：任意取二數相加或相乘，其結果都是自然數系裏邊的一個數

數

(ii) 一致 (uniform)：如 $3 + 4$ 等於7決不是6

或8，結果是只有一個數，

c) 減法：這是加法的還原，譬如我們已經知道 $3 + 4 = 7$ 現在要問什麼數加3等於7？於是就發生了減法，

d) 除法：這是乘法的還原，譬如我們已經知道 $3 \times 4 = 12$ 假如要問什麼數乘3等於12？於是除法也就發生了，

(3) 有理數系之產生

在自然數系裏，加法和乘法都是够用的，然

而說到減法和除法，有時候就不够用了，例如用自然數加7還等於7？用什麼數加7變成2？用什麼數乘12也變成3？要解決此等問題時，自然數便不敷應用；於是又生出零，負數和分數來，如此，自然數系就擴大而成為有理數系 (Rational number system) 有理數系可用下法簡單表示之：

$$\dots, -1, \dots, 0, \dots, \frac{1}{n}, \dots, 1, \dots, 2, \dots$$

在有理數系中，加減乘除四種基本運算是可能的，而且是一致的，但是零這個數不能和誰並論

(i) 零之定義

任意一數減去牠自己便是零，如

$$a - a = 0$$

(ii) 零之性質

I, 四加減乘除在有理數系中有三基本定律 (the fundamental laws)

a) 結合定律 (law of association)

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

b) 交換定律 (law of commutation)

$$a + b = b + a$$

c) 分配定律 (law of distribution)

$$a(b + c) = ab + ac$$

如按零之定義： $a - a = 0$

應用 b), 則 $-a + a = +a - a$

$$-(a - a) = a - a$$
$$-0 = +0$$

所以一切數中正負和負負相等的只有零，某數加0仍為某數，某數減零也仍為某數，

$$a + 0 = a$$

$$a - 0 = a$$

3, 有限數零加其結果還是0

$$0 + 0 + \dots + 0 = 0$$

1, 有理數系中，任何數用零一乘還是零，

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 0 = 0 \times 0 = (a - a) \times 0 = a \times 0 - a \times 0 = 0 - 0 = 0$$

$$0 \times b = b \times 0 = 0$$

由此可知，任何數乘零等於零，零乘任何數也等於零，

(iii) 除法之研究

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

已知 a, b 要求 c，這就是要找出一個數 c，

拿牠和 b 相乘就得 a，

$$a = b \times c$$

$$b = 3$$

我們就知道 $c = 3$

這種結果的獲得，完全是由實驗而來的，大

概一切的反運算都離不了經驗的，現在設 $a = 0$

這一個式子加以研究：

1, 若 $b \neq 0$
 $a = 0$
則 a 只能等於 0 此結果是可能的而且是一致的。

2, 若 $b = 0$
 $a = 0$

則根據乘法的經驗任何數乘零，都得零，所以求 a 為不可能

3, 若 $b = 0$
 $a \neq 0$

則根據乘法的經驗，我們可以斷定 a 為不定，就是 a 不拘什麼數都可由此可知加減乘除四種基本運算，普通都是可能而一致的但是假使以零為分母，那末，牠的結果便是不可能或者不定，所以在數學中，拿零做除數是絕對不行的。

(7) 用零為除數所生之謬誤

我們假使在運算的時候，一不小心，竟用零去做除數，就可以發生一種很奇怪的錯誤，現在舉幾個例來說明：

例 1, 設 $a = b$
 $a^2 = ab$
 $a^2 - b^2 = ab - b^2$
 $(a+b)(a-b) = b(a-b)$

等式之兩端同以 $(a-b)$ 除之得：

$$a+b=b$$

$$2b=b$$

$$2=1$$

例 2, 設 $N = 2, 3, \dots, (N)$
 $N^2 - 4 = 0$
 $(N+2)(N-2) = 0$

等式之兩端同以 $(N-2)$ 除之得：

$$N+2 = 0 \dots \dots (B)$$

由 (A), (B) 得 $2 = -2$,

以上二例，都發生錯誤的結果，究其原因，則由於運算時，都曾經用零來過，在例 1 裡， $a=b$ ，所以拿 $(a-b)$ 除是不可能的，在例 2 裡， $N=3$ ，所以拿 $(N-2)$ 除，當然也會有同樣的錯誤，況且 0 為不定，而勉強用牠為零，尤為不妥，現在再舉一個例來說明這一種理論：

假定 $(N-a)(N-b) = 0$

設 $N = a$

然後得 $N-b = 0$

即 $N = b$

或設 $N = b$

然後得 $N-a = 0$

即 $N = a$

所以由 $(-a)(-b)$

我們只可說 $a = b$ 或 $b = a$

假使說 $x = a$ 又 $x = b$

那就根本錯誤了！這實在是因為在這個方程式裏，兩個因數是不能同時等於零的。

(8) $\frac{1}{0} = x$ 之解釋，

在解算中， 0 的定義，和我們上面所說的並不一樣，這裏所用的零，是代表極限的零，

若 $x = a - a = 0$

我們說之值為零
倘若說之極限值為零，那末必定是一個變數：

$$-\epsilon < x < \epsilon$$

是一個任意小的正數

$$\text{無論 } \epsilon = \frac{1}{10000}$$

$$\text{或 } = \frac{1}{100000}$$

$$\text{或 } = \frac{1}{1000000} \dots \dots$$

x 都常在 $-\epsilon$ 和 $+\epsilon$ 的中間，如此得 x 之極限值為零，也可以說 x 趨於零 (tends to Zero)，可不然說 x 逼近於零 (approaches to Zero)，以 $x \rightarrow 0$ 表之，這並不是說 x 就真正等於零，

例如我們把 0 到 1 的線分逐次二等分，令剩下的一分作為 x ：

$$0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad 1$$

分到最後，則不拘 ϵ 是任何小的正數 $x < \epsilon$ 而實不等於零，這就是 x 趨於零的意思

$$x \rightarrow 0$$

$$\therefore \frac{1}{x} \rightarrow G \quad (G \text{ 是一個任意的大數})$$

$$\text{即 } \frac{1}{x} \rightarrow +\infty$$

x 趨向於 0 有兩方面：

$$1, \text{ 由大趨於零: } x > 0, \frac{1}{x} \rightarrow +\infty$$

$$\text{Rim } \frac{1}{x} = +\infty \quad (R: \text{表自右趨於零})$$

$$0 \quad \leftarrow \frac{1}{2}$$

$$2, \text{ 由小趨於零: } x < 0, \frac{1}{x} \rightarrow -\infty$$

$$L, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = -\infty \quad (L: \text{表自左趨於零})$$

以上二點，極宜辨正，

如設 $a > 0$

$$\text{則 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{a \cdot x} = +\infty$$

$$L, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{a \cdot x} = -\infty$$

由上所述，我們可以得到一個很明顯的結論，就是：

$$(1) \quad x \rightarrow 0, \text{ 則 } x \text{ 做除數為不可能,}$$

$$(2) \quad x \rightarrow 0, \text{ 則 } x \text{ 做除數為可能, 但 } x \text{ 自左或自右而趨於零, 是我們應該注意的一個問題,}$$

(完)

附記：零不能做除數的理論，在物理學方面，也很有相當的意義。今天在數學物理的堂上，我聽見夏淳先生大加發揮，夏先生說：宇宙間一切的現象，我們都找不出 ∞ 的情形來，世界的電子，總該是無窮了，然而牠卻等於 10^{16} ，天空的星斗，總該是無窮了，然而牠卻也是一個定數，譬如攝振數能，frequency = $\frac{1}{t}$ ，光波振動雖速，然而每振動所需的時間也不能等於零；所以 frequency 也沒有達到 ∞ 的可能，此外夏先生又列力學，音學，光學和相對論上的種種學說，都證明出 ∞ 的不能存在，我因為夏先生的這一番議論大可與馬先生相互引證，所以特再補記于此，或亦讀者諸君所樂聞與？

經于源補記於日列室，

一月二十三日，